

ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗОВ И ПАРОВ

Уравнение первого закона термодинамики для потока

Имеется большая группа машин, в которых работа производится за счет внешней кинетической энергии рабочего тела: паровые турбины, газовые турбины и т.д.

При перемещении газа с конечной скоростью по каналу теплота расходуется не только на изменение внутренней энергии и совершение внешней работы, но и на приращение внутренней кинетической энергии газа.

Таким образом, уравнение первого закона термодинамики для потока в диф. форме : , где

$$dq = dU + dl' + \frac{d\omega^2}{2}$$

dq - подведенное удельное количество теплоты от внешнего источника теплоты.

du - изменение удельной внутренней энергии газа.

dl' - работа против внешних сил, называемая работой проталкивания.

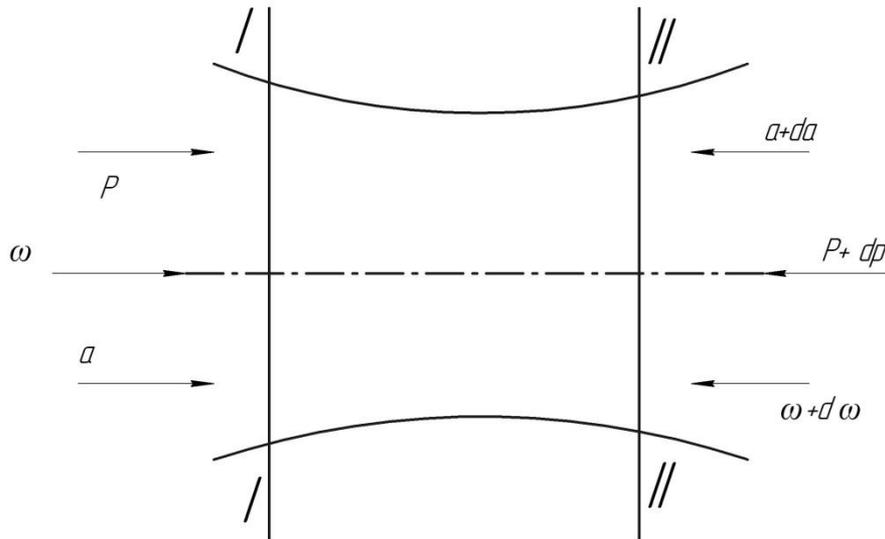
$d\omega^2/2$ - изменение внешней кинетической энергии рабочего тела (располагаемая работа)

Уравнение первого закона термодинамики для потока

Изменение кинетической энергии газа (рабочего тела) происходит как в трубах простого сечения, так и в каналах со специальным сечением - в соплах и диффузорах.

Сопло - канал, в котором при перемещении газа происходит его расширение с понижением давления и увеличением скорости.

Диффузор - канал, в котором происходит сжатие рабочего тела с увеличением давления и снижением скорости.



$m v = a \omega = \text{const}$, где

m – масса рабочего тела;

v - удельный объём;

ω - скорость рабочего тела;

a - площадь поперечного сечения.

Работа по перемещению объема между сечениями I-I и II-II с

элементарной массой $dl' = (p + dp)(a + da)(\omega + d\omega) - p a \omega$

Уравнение первого закона термодинамики для потока

Работа проталкивания газа $dl'=(p+dp)(a+da)(\omega+d\omega)-pa\omega$, или $dl'=pd(a\omega)+a\omega dp$, т.к. $m v=a\omega$, то $dl'=m p dv+m v dp=m(p dv+v dp)$

Таким образом, элементарная работа $dl'=d(pv)$, а уравнение первого закона термодинамики –

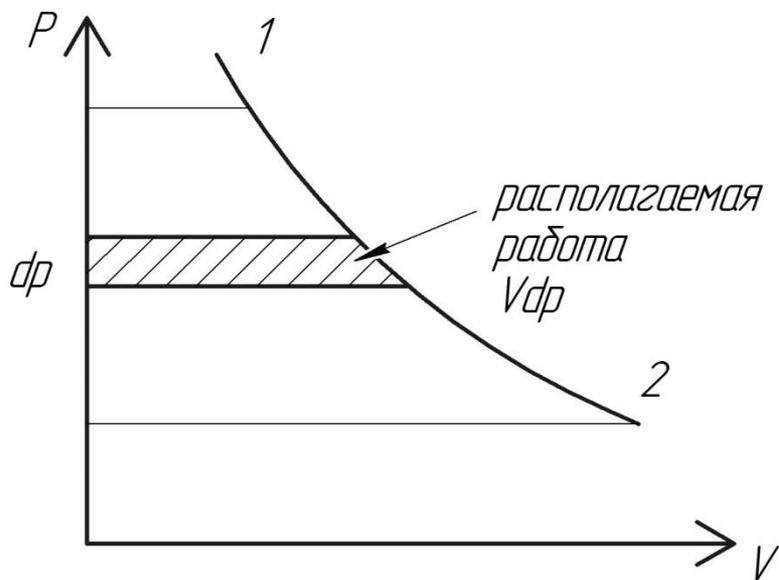
$$dq=du+d(pv)+d\omega^2/2=d(u+pv)+d\omega^2/2=di+d\omega^2/2$$

Т.е. подведенное количество теплоты расходуется на изменение внутренней энергии рабочего тела, выполнения работы проталкивания и изменение внешней кинетической энергии рабочего тела.

При совершении технической работы l_{mex} и изменении потенциальной энергии $di+d\omega^2/2=dq-l_{mex}-gdh$

При отсутствии теплообмена (адиабатное течение), $h_1=h_2$ и $l_{mex}=0$, то $di+d\omega^2/2=0$ или $i_1-i_2=(\omega_2^2-\omega_1^2)/2$

Располагаемая работа при истечении газов



Элементарная располагаемая работа равна $d\omega^2/2$ – бесконечно малому приращению кинетической энергии.

$$d\omega^2/2 = -vdp \text{ или } \omega d\omega = -vdp$$

\Rightarrow если $dp > 0$, то газ сжимается и $d\omega < 0$

При $dp < 0$, то газ расширяется и $d\omega > 0$

На рисунке, вся располагаемая работа в обратимом процессе 1-2 равна:

$$l_{\text{расп}} = \int_{p_1}^{p_2} -V dp = \int_{p_2}^{p_1} V dp$$

Для политропного процесса:

$$l_{\text{расп}} = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \int_{p_2}^{p_1} v_1 (p_1/p_2)^{1/n} dp = [n/(n-1)](p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

Для адиабатного процесса:

$$l_{\text{расп}} = \int_{p_2}^{p_1} v_1 (p_1/p_2)^{1/k} dp = [k/(k-1)](p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

Адиабатный процесс истечения газов

Для адиабатного процесса $dl_{расп} = d\omega^2/2$ или $l_{расп} = (\omega_2^2 - \omega_1^2)/2$

Откуда $\omega_2 = \sqrt{2l_{расп} + \omega_1^2}$, т.к. ω_1 – начальная скорость как правило $\omega_1=0$,
то $\omega = \sqrt{2l_{расп}}$;

Для адиабатного истечения газа из суживающегося сопла скорость

равна: $\omega = \sqrt{2l_{расп}} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot (p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2)}$; или $\omega = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}}$;

Массовый расход газа: $m = a\omega/v_2$, где

a – площадь выходного сечения канала

ω – скорость истечения

v_2 – удельный объем газа в выходное сечение клапана. $v_2 = v_1(p_1/p_2)^{1/k}$

Тогда массовый секундный расход газа:

$$m = \frac{a}{v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/k}} \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_1 v_1 \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right)^{k-1/k}} \quad \text{или} \quad m = a \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \frac{p_2}{p_1} \right]^{\frac{k-1}{k}}}$$

т.е массовый расход идеального газа зависит от площади выходного сечения канала, начального состояния газа и степени его расширения.

Критическое давление при истечении газа из сопла

Массовый секундный расход газа:

$$m = a \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \frac{p_2}{p_1} \frac{k-1}{k} \right]}$$

Массовый расход зависит от отношения p_2/p_1 ,
если $p_2=p_1$, то $m=0$!

Теоретически: при $p_2 \downarrow$, то $m \uparrow$, и при $p_2/p_1 = \beta_k$
расход $m = m_{\max}$ и при дальнейшем $p_2 \downarrow$ и $m \downarrow$
при $p_2=0$ снова $m=0$.

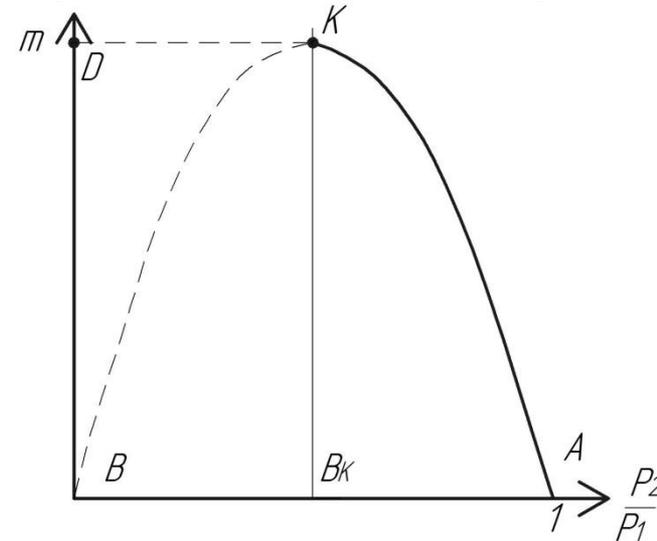
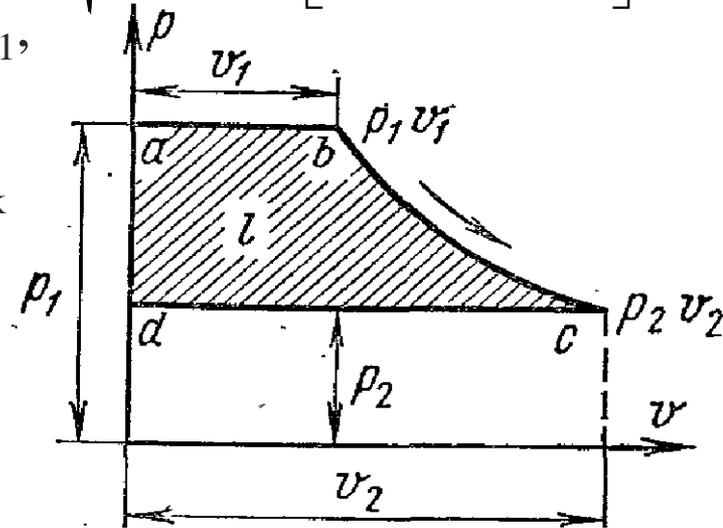
Практически: при $p_2/p_1 < \beta_k$ – кривая КД.

т.к. в уравнении $(p_2/p_1)^{2/k} - (p_2/p_1)^{k-1/k}$ –
переменная величина, то

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \left(\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right) = \frac{2}{k} \beta^{\frac{2}{k}-1} - \frac{k-1}{k} \cdot \beta^{\frac{k-1}{k}-1} = 0 \quad \text{откуда} \quad \beta_k = \frac{p_k}{p_1} = \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k}{k-1}}$$

т.е β_k зависит только от показателя адиабаты k
т.е зависит от природы рабочего тела.

$p_k = \beta_k p_1$ – критическое давление в выходном
сечении сопла при достижении расхода m_{\max} .



Критическая скорость истечения газа из сопла

Т.к. $\omega = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}}$; ,а $p_2/p_1 = \beta_k = [2/(k+1)]^{k/(k-1)}$, то

$$\omega_k = \sqrt{2[k/(k-1)]p_1 v_1 [1 - 2/(k+1)]} = \sqrt{2[k/(k+1)]p_1 v_1} = \sqrt{2[k/(k+1)]RT_1}$$

т.е критическая скорость газа в канале при зависит только от начальных параметров газа, и его природы.

Также $\omega_k = \sqrt{kp_k v_k}$

Из формулы Лапласа скорость звука в упругой среде

$$c = \sqrt{kp / \rho} = \sqrt{kp v}$$

где p- давление среды, Па; ρ – плотность среды, кг/м³

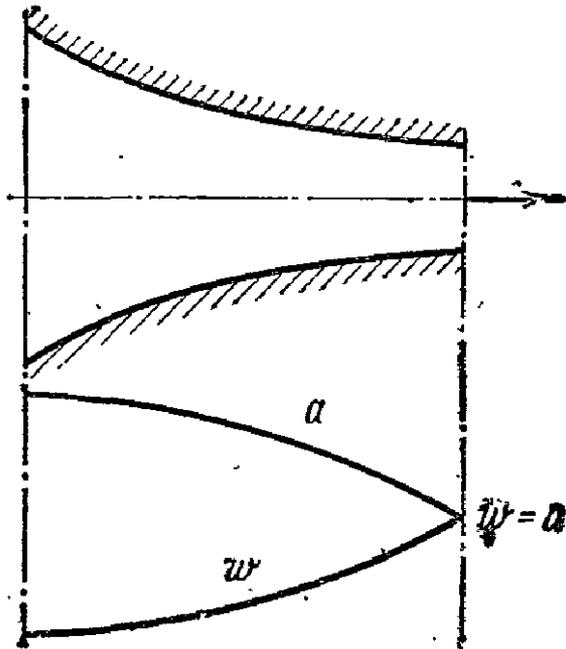
Для идеального газа: $c = \sqrt{kRT}$

Т.е скорость распространения упругих деформаций, т.е скорость звука зависит от состояния и природы газа и является прямой функцией температуры.

Критическая скорость истечения газа из сопла

Можно записать: $c = \sqrt{kp / \rho} = \sqrt{kp\nu}$ - скорость звука при критическом истечении в вых. сечении суживающегося канала $\omega_k = c$;

Т.е каждому сечению канала должна соответствовать своя местная скорость звука, зависящая от параметров газа. Т.к , то в суживающемся канале истечения газа, не может расширяться до давления $< p_k$, а скорость всегда $\leq \omega_k$.



Поэтому, если скорость $\omega \leq \omega_k$, то уменьшение внешнего давления передается по потоку и в результате давление перераспределяется в канале и на выходе устанавливается давление равное давлению среды.

Если $\omega = \omega_k$, то и скорость распространения давления будет равной ω_k . Давление будет постоянным и неизменным независимо от величины внешнего давления.

Следовательно, скорость истечения не может быть больше скорости звука в газе (см. рисунок).

Условия течения газа по каналам переменного сечения

Для идеального газа в условиях неразрывности струи:

$$f\omega = mv, \text{ или } fd\omega + \omega df = mdv.$$

Разделив уравнения одно на другое получим: $df/f = dv/v + d\omega/\omega$

После преобразования: $df/f = dp(a^2 - \omega^2)\omega^2 k p$, где a – местная скорость звука

Тогда для сопла ($dp < 0$):

если $(a^2 - \omega^2) < 0$, то $\omega > a$, значит $df > 0$ (диффузор)

если $(a^2 - \omega^2) > 0$, то $\omega < a$, значит $df < 0$ (сопло)

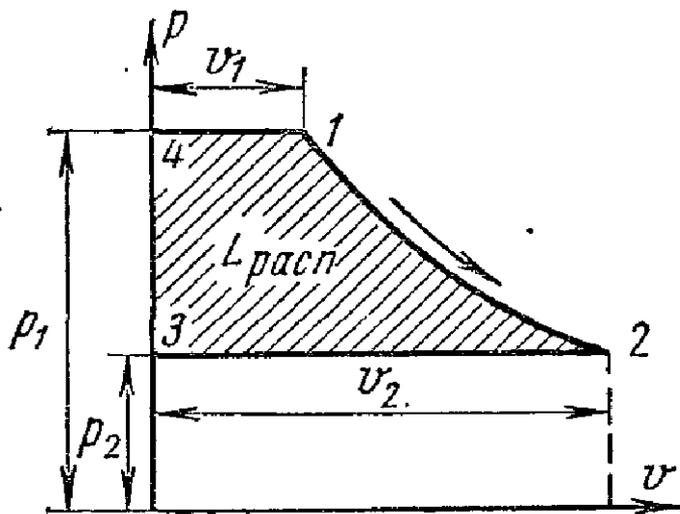
Тогда для диффузора ($dp > 0$):

если $(a^2 - \omega^2) < 0$, то $\omega > a$, значит $df < 0$ (сопло)

если $(a^2 - \omega^2) > 0$, то $\omega < a$, значит $df > 0$ (диффузор)

Таким образом, в зависимости от скорости газа при входе, один и тот же канал может быть соплом и диффузором.

Истечение идеального газа из сопла

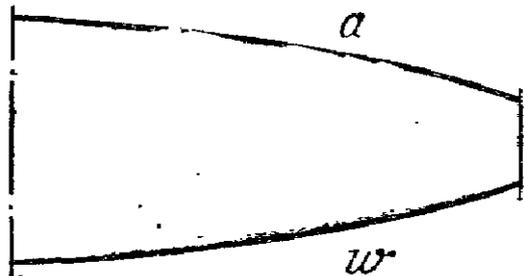
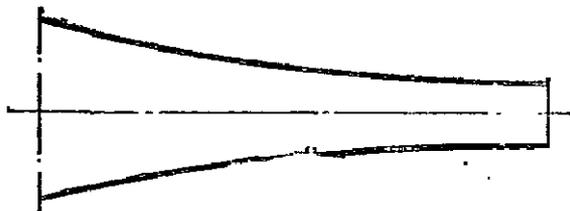


Случай первый: $\beta_k < p_2/p_1 < 1$ т.е. давление внешней p_1 среды больше p_k .

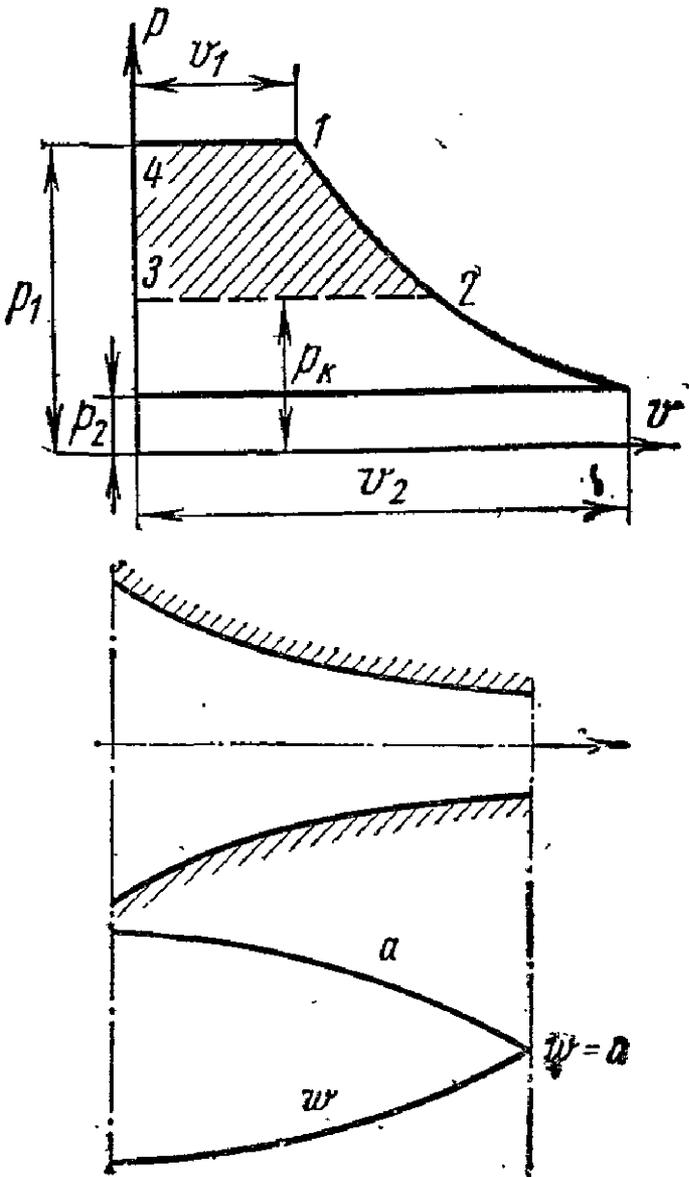
Происходит полное расширение газа от p_1 до p_2 .

Скорость в выходном сечении сопла меньше местной скорости звука $\omega < a$.

Давление газа на выходе p_2 равно давлению внешней среды.



Истечение идеального газа из сопла



Случай второй: $\beta_k > p_2/p_1 > 0$ т.е.

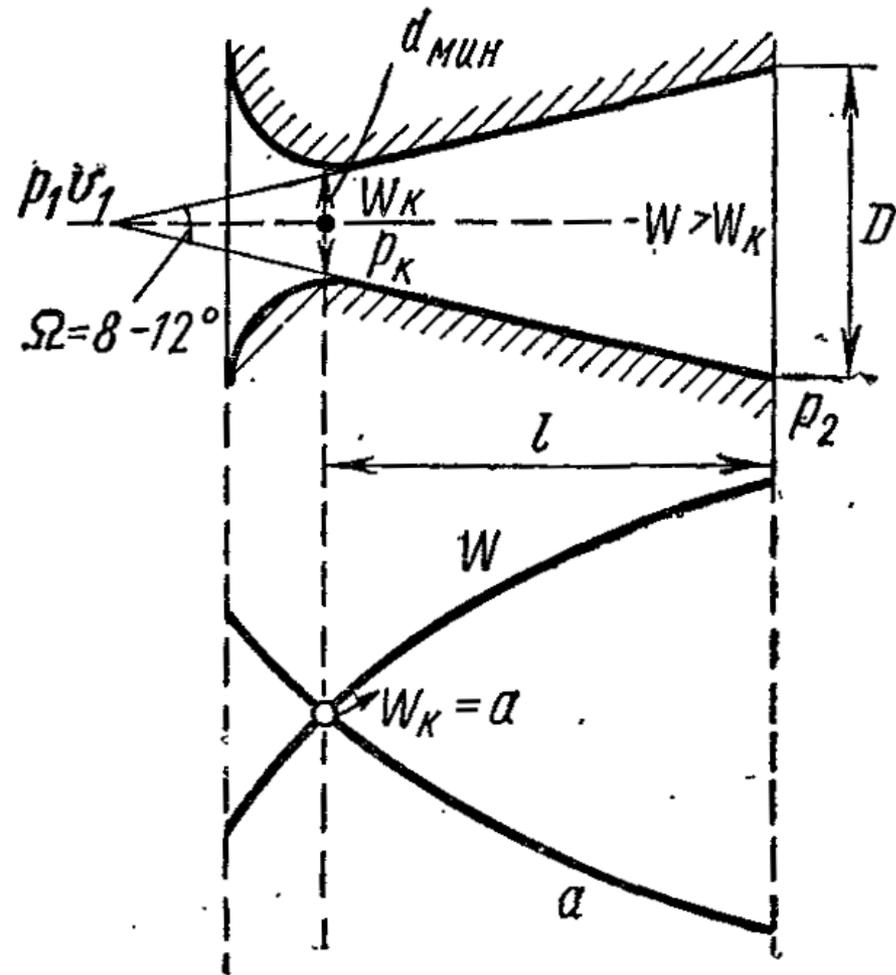
давление внешней среды p_1 меньше p_k .

Происходит неполное расширение газа а лишь его часть от p_1 до p_k .

Скорость в выходном сечении сопла равна местной скорости звука $\omega = a$.

Давление газа на выходе p_2 равно критическому давлению. $p_k = \beta_k p_1$

Истечение газа из комбинированного сопла Лавала



При истечении газа из комбинированного сопла в окружающую среду с давлением меньше критического в самом узком сечении сопла устанавливается критическое давление p_K и критическая скорость ω_K .

В расширяющейся насадке сопла происходит дальнейшее увеличение скорости газа и падение давления до давления внешней среды.

Истечение газов с учетом сил трения

С учетом сил трения скорость газа в канале при любом Δp будет меньше обратимого процесса (теоретической скорости).

$\varphi_{ск} = \omega_d / \omega$ – коэффициент скорости. Или $\omega_d = \omega \varphi_{ск}$.

По опытным данным $\varphi_{ск} = 0,96 \dots 0,98$

При наличии сил трения адиабатный процесс истечения из каналов – необратимый процесс.

Потеря кинетической энергии равна:

$$(\omega^2 - \omega_d^2) / 2 = (\omega^2 - \varphi_{ск}^2 \omega^2) / 2 = (1 - \varphi_{ск}^2) (\omega^2 / 2) = \psi (\omega^2 / 2), \text{ где}$$

$\psi = (1 - \varphi_{ск}^2)$ – коэффициент потери энергии

$$\text{КПД канала } \eta_k = (\omega_d^2 / 2) : (\omega^2 / 2) = (\omega_d^2 / \omega^2) = \varphi_{ск}^2 \omega^2 / \omega^2 = \varphi_{ск}^2$$

Теплота трения без учета начальной скорости:

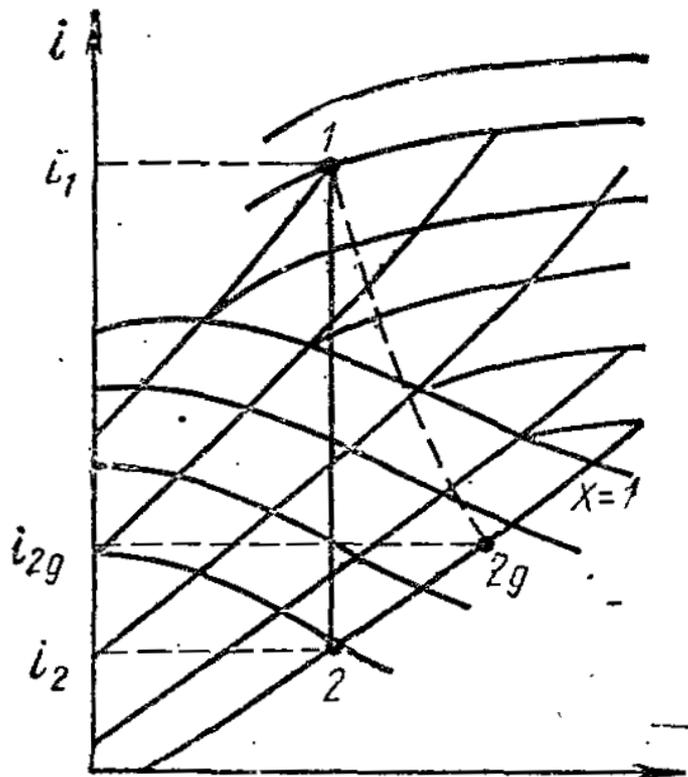
$q_{тр} = \psi (\omega^2 / 2)^2 = \psi (i_1 - i_2)$ где i_1 и i_2 – энтальпия рабочего тела в начале и конце обратимого адиабатного процесса расширения

Истечение водяного пара

Расчет скорости ведется по формуле для реальных газов если скорость истечения меньше критической: $\omega = 44,72\sqrt{i_1 - i_2}$

i_1 и i_2 определяют по таблицам или is - диаграмме

При критическом режиме истечения : $\omega = 44,72\sqrt{i_1 - i_k}$



На рисунке показан обратимый процесс 1-2 и 1-2g – необратимый процесс.

Видно, что энтальпия в конце расширения в необратимом процессе будет больше, чем в обратимом за счет теплоты трения.